

вании. Применение дифференцирующего фильтра уменьшает фокусируемую зону, и тем самым повышается точность нахождения местоположения источника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fink M. *Time reversed acoustics*. – М.: Physics Today, 1997. – 100 p.
2. Gajewski J., Зайцев Н. А. *Reverse modelling for seismic event characterization*. // *Geophys.* – 2005. – P. 276–284.

Р. Г. Насибуллин

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,
NasibullinRamil@gmail.com*

НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ ХАРДИ

Пусть Ω — открытое множество в \mathbb{R}^n , $n \geq 1$ ($\Omega \neq \mathbb{R}^n$), и пусть $C_0^1(\Omega)$ — семейство непрерывно дифференцируемых функций $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ с компактными носителями в Ω . В [1] получены неравенства типа Харди, содержащие логарифмические особенности, связанные с функцией расстояния до границы $\delta = \delta(x, \Omega) = \text{dist}(x, \partial\Omega)$, $x \in \Omega$. По аналогии с известными неравенствами из работ [2–4] нами получен ряд результатов для множеств Ω , удовлетворяющих следующему ограничению:

$$\delta_0(\Omega) := \sup\{\delta(x, \Omega) : x \in \Omega\} < \infty.$$

Пусть $1 \leq p < \infty$, $k \in \mathbb{N}$, $\alpha_k > 0$, $\beta_k > 0$ и $\alpha_i \beta_{k-i+1} = 1$, $i \in [1, k]$. Положим

$$l_1(t) = [\ln t]^{\alpha_1}, \quad l_2(t) = [\ln l_1(t)]^{\alpha_2},$$

$$l_k(t) = [\ln l_{k-1}(t)]^{\alpha_k}, \quad l_{k+1} = [\ln l_k(t)]^{\alpha_{k+1}}$$

и

$$e_1 = e^{\beta_1}, e_2 = e^{\beta_2 e_1}, e_{k+1} = e^{\beta_{k+1} e_k}.$$

Пусть $E_k = e^{e^k}$ и $L_{k+1}(t) = \ln l_k(t)$. Параметры подберем таким образом, чтобы $L_{k+1}(E_{k-1}) = 0$.

Приведем один из результатов: для любой функции $f \in C_0^1(\Omega)$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{|f(x)|^p}{\delta^n \ln \frac{\delta_0 E_{k-1}}{\delta} \ln l_1\left(\frac{\delta_0 E_{k-1}}{\delta}\right) \cdot \dots \cdot \ln l_{k-1}\left(\frac{\delta_0 E_{k-1}}{\delta}\right)} dx &\leq \\ &\leq \left(\frac{p}{\alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_k} \right)^p \int_{\Omega} \frac{|\nabla f(x)|^p}{\delta^{n-p}} L_{k+1} \left(\frac{\delta_0 E_{k-1}}{\delta} \right) dx. \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Авхадиев Ф. Г. *Неравенства типа Харди в плоских и пространственных открытых множествах* // Тр. матем. ин-та им. В.А. Стеклова. – 2006. – Т. 255. – С. 8–18.

2. Авхадиев Ф. Г., Насибуллин Р. Г., Шафигуллин И. К. *Неравенства типа Харди со степенными и логарифмическими весами в областях евклидова пространства* // Изв. вузов. Матем. – 2011. – № 9. – С. 90–94.

3. Barbatis G., Filippas S., Tertikas A. *Refined geometric L^p Hardy inequalities* // Communications in Contemporary Mathematics, – 2003. – V. 5. – No 6. – P. 869–881.

4. Харди Г. Г., Литтлвуд Д. Е., Полиа Г. *Неравенства*. – М.: ИЛ, 1948.